

УДК 517.958, 530.145.6

© П. С. Иванов, Ю. В. Петров

О СПЕКТРЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ГАМИЛЬТониАНА ЛАНДАУ С ПЕРИОДИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Рассматривается дискретный оператор Шрёдингера на графе с вершинами на двух пересекающихся прямых, возмущенный убывающим потенциалом. Исследуются спектральные свойства этого оператора. Исследуется задача рассеяния для данного оператора в случае малого потенциала, а также в случае, когда малы как потенциал, так и скорость квантовой частицы. Получены асимптотические формулы для вероятностей распространения частицы во всех возможных направлениях. Кроме того, исследуются спектральные свойства дискретного оператора Шрёдингера для бесконечной полосы с нулевыми граничными условиями. Описана картина рассеяния. Получены простые формулы для вероятностей прохождения и отражения вблизи граничных точек подзон (это отвечает малым скоростям квантовой частицы) в случае малых потенциалов.

Ключевые слова: разностное уравнение Шрёдингера, резонанс, собственное значение, уравнение Липпмана–Швингера, рассеяние, вероятности прохождения и отражения.

DOI: 10.35634/2226-3594-YYYY-VV-NN

Введение

Текст статьи должен быть подготовлен в формате `LaTeX2e` в пакете `MikTeX` с использованием стилевого файла `imi2020.sty` в соответствии с рекомендациями, изложенными в файле `example.tex`. В качестве образца оформления статьи следует использовать файл `example.tex`. Внимательно изучите файл `example.tex` и комментарии к нему. Статьи, оформленные не по правилам, к рассмотрению не принимаются. Файлы должны быть набраны в кодировке `Windows [cp1251]`. Статью следует представить в формате `tex` и для сверки в формате `ps` или `pdf`. Файл `imi2020.sty` высылать не надо. Имена всех высылаемых файлов (`*.tex`, `*.ps`, `*.pdf` и рисунков `*.eps`), касающихся вашей статьи, должны состоять из написанной латиницей фамилии первого автора и его первого инициала (например, `IvanovA.tex`, `IvanovA.ps`, `IvanovA.pdf`, `IvanovA_ris1.eps`). «Шапка» статьи оформляется по данному образцу (см. комментарии в файле `example.tex`). Далее следует «основной текст» (введение может отсутствовать).

О п р е д е л е н и е 0.1. В игре Γ происходит *уклонение от встречи*, если для любых допустимых управлений $u_i(t)$ найдется допустимое управление ...

$$\dot{x}(t) = \int_{-r}^0 dA(t, s)x(t+s), \quad t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty). \quad (0.1)$$

§ 1. Основные требования–рекомендации

1. Для корректного оформления ссылок на литературу в стилевом файле подключен пакет `cite`. При оформлении ссылок используйте команду `\cite{1,2,3,4,5,8,9,10,12}`, ссылки будут оформлены в виде `[1–5, 8–10, 12]`. Список литературы — в порядке цитирования либо по алфавиту. В аннотации не должно быть ссылок на список литературы. Ссылки на неопубликованные работы не допускаются `[1–3, 6]`.

2. Не ставятся точки в конце заголовка статьи и разделов.

3. В Теоремах, Леммах, Утверждениях, Предложениях, Следствиях, Гипотезах, Свойствах их содержимое автоматически выделяется курсивом. В Определениях, Замечаниях, Примерах, Предположениях, Условиях, Задачах содержимое автоматически записывается прямым шрифтом.

В утверждениях, набранных курсивом, используйте круглые скобки прямого начертания. Правильно: *Всякое решение уравнения (2.1) имеет бесконечное число нулей (то есть является колеблющимся) на числовой прямой \mathbb{R} .* Неправильно: *Всякое решение уравнения (2.1) имеет бесконечное число нулей (то есть является колеблющимся) на числовой прямой \mathbb{R} .*

$$\dot{x}(t) = \int_{-r}^0 dA(t, s)x(t + s), \quad t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty). \quad (1.1)$$

В Определениях рекомендуется вручную выделять курсивом определяемое понятие.

4. Необходимо различать дефис «-»=«-», короткое (en-) тире «-»=«--», длинное (em-) тире «-»=«---» и знак «минус» «-»=«\$-\$». Дефис используется в составных словах («что-то»); en-тире — для указания диапазонов чисел (с. 205–220), в названиях, составленных из нескольких фамилий («теорема Остроградского–Гаусса»), городов (New York–London–Berlin) и т.п.; em-тире — это знак пунктуации (например: Пусть X — банахово пространство ...). Длинное тире после доллара пишется так: Пусть $\$X\sim---$ банахово пространство. Короткое — так же. Дефис после доллара пишется так: $\$n\-й член последовательности.

5. Используйте «русские» кавычки и неравенства (\leq, \geq).

6. Не нужно сокращать и писать т.е., т.к. или в т.ч., следует писать полностью «то есть», «так как», «в том числе».

7. Запрещено использовать принудительные переносы типа `\linebreak`, `\newline` или `\` и т.п.

8. Функции типа `rank`, `dim`, `conv`, `int` и т.п. должны отображаться прямым шрифтом (при этом следует ставить знак `\`). Правильно: int , B , dim , M — $\mathrm{int} B \dim M$. Неправильно: $\mathrm{int} L$, $\mathrm{dim} M$ — $\mathrm{int} L, \mathrm{dim} M$.

9. В списках-перечислениях желательно использовать метки, заключенные слева и справа в круглые скобки:

(1)

(2)

(3)

или

(a)

(b)

(c)

10. Рисунки и список литературы оформляются в соответствии с файлом `example.tex`.

§ 2. Основные правила оформления математических выражений

1. Не допускается использование русских букв в математических выражениях.

2. Обязательна автоматическая нумерация формул и утверждений и автоматические ссылки на формулы, утверждения и литературу. На все нумерованные формулы и указанную в конце статьи литературу должны быть ссылки в тексте. Не должно быть многократно определенных меток (проверяется при транслировании тех-файла).

3. Чаще всего математические выражения выравниваются по центру, однако в системах их необходимо выравнивать по левому краю.

4. Если несколько выключных формул идут подряд, они разделяются знаками препинания (, или ;).

5. В системах уравнений знак препинания ставится после каждой строчки (кроме последней). После последней строки знак препинания ставится в зависимости от контекста и (в этом случае) относится ко всей формуле.

6. Следите за размером скобок в математических выражениях. Используйте конструкции `\left\{ \right\}`, `\left[\right]`. Если скобки, полученные `\left \right` большие, подберите нужный размер конструкциями `\big \Big \bigg \Bigg`. Не делайте неоправданно больших скобок. При наборе формул с большим количеством скобок, используйте разную высоту скобок:

$$F\left(t_1 - D\left(t_2 - C\left(t_3 - B(t_4 - a(t_5 - x))\right)\right)\right). \quad (2.1)$$

7. В выключных формулах, состоящих из нескольких частей, отдельные части формулы отделяются пробелами `\quad`. Если формула не вмещается в строку, то пробелы `\quad` заменяются на `\;` и далее, по убыванию величины пробела `\ \:` `\.` Строчные формулы, состоящие из нескольких частей, предпочтительнее не разделять пробелами, а заключать каждую часть в доллары как отдельную формулу.

8. Для операции `\int` в выключной формуле команда `\limits` не применяется.

$$\frac{d}{dt} \int_{a(t)}^{b(t)} f(t, s) ds.$$

Формула набирается так: `$$\frac{d}{dt}\int_{a(t)}^{b(t)}f(t,s)\,ds.$$`

В формулах в тексте операция `\int` набирается следующим образом. Неправильно:

$\int_a^b f(t, s) ds$, то есть `\int\limits_{a}^{b}f(t,s)\,ds`, и $\int_a^b f(t, s) ds$, то есть `\int_{a}^{b}f(t,s)\,ds`;

правильно: $\int_a^b f(t, s) ds$, то есть `\displaystyle{\int_{a}^{b}}f(t,s)\,ds`,

В формулах в тексте операции типа `\sum` набираются следующим образом. Из трех возможных вариантов $\sum_{i=1}^n a_i$, $\sum_{i=1}^n a_i$, $\sum_{i=1}^n a_i$, которые набираются соответственно

`\sum_{i=1}^n a_i`,

`\sum\limits_{i=1}^n a_i`, и `\displaystyle{\sum_{i=1}^n} a_i`, первый вариант не годится, второй предпочтительней третьего. Однако если под знаком суммы стоит высокое выражение, например, дробь, то из двух последних вариантов $\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i}$,

$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i}$, которые набираются соответственно `\sum\limits_{i=1}^n \frac{a_i}{b_i}`, и `\displaystyle{\sum_{i=1}^n} \frac{a_i}{b_i}`, предпочтителен последний.

9. Перед dx, dy и т.п. в интегралах, дифференциалах следует ставить небольшой пробел `\,`.

10. В формуле § 1 ставится небольшой пробел: `\S\,1`

11. Многоточия и в тексте, и в формулах ставятся командой `\ldots`. Примеры написания с перечислением: функции u^1, \dots, u^p образуют базис — функции `u^1,\ldots, u^p` образуют базис; $n = 1, 2, \dots$ — `n=1,2,\ldots`.

12. Скобки \langle, \rangle набираются с помощью команд `\langle`, `\rangle`.

13. Текст в формулах необходимо помещать в аргумент команды `\text{}`.

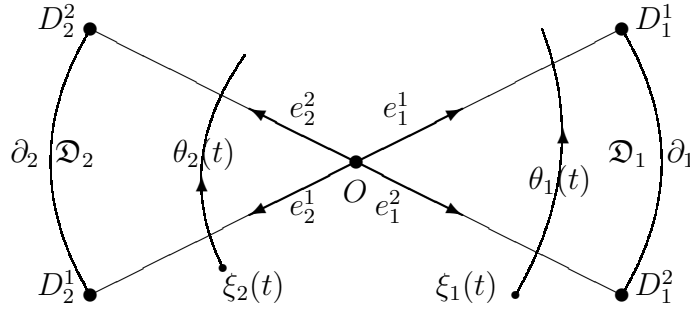


Рис. 1. Выбор векторов e_i^k

14. Для обозначения пустого множества используется команда `\varnothing` (а не `\emptyset`, `\oslash`).

15. Вместо команд `\bar`, `\tilde`, `\hat` следует использовать `\overline`, `\widetilde`, `\widehat`.

16. Общие требования к рисункам: рисунки должны быть хорошего качества, в векторном формате `.eps` с разрешением не менее 600 dpi; размер и начертание цифр, букв, формул внутри рисунков должны соответствовать размеру и начертанию этих же элементов в тексте статьи. Для достижения этих целей используются уникальные текстовые метки (обычно — просто одиночные буквы и числа), которые внедряются в `eps`-файл на предполагаемые места размещения пояснительных пометок. Трансляция файлов с рисунками происходит по цепочке `tex->dvi->ps->pdf`. Правила оформления рисунков см. в файле `example.tex`. Нечеткие рисунки с низким разрешением не принимаются. Объем рисунков не должен превышать 0,25 объема статьи. Цветные рисунки будут размещаться только в электронной версии журнала, а все рисунки в печатной версии будут черно-белыми. Поэтому если автор готовит цветные рисунки для электронной версии журнала, ему следует также подготовить соответствующие черно-белые рисунки для печатной версии.

Допускаются псевдорисунки в формате `tex`. Пример вставки псевдорисунка (рис. 1).

§ 3. Набор основных текстовых «конструкций»

О п р е д е л е н и е 3.1. В игре Γ происходит *уклонение от встречи*, если для любых допустимых управлений $u_i(t)$ найдется допустимое управление ...

В определениях (теоремах, леммах и так далее) могут присутствовать ссылки на необходимый источник.

О п р е д е л е н и е 3.2 (см. [1, с. 123], [2, Глава 1]). В игре Γ происходит *уклонение в конусе*, если для любых допустимых $u_i(t)$ найдется ...

Ссылки на определения 3.1, 3.2 (так же как на теоремы, леммы и так далее) автоматические.

§ 4. Перечень (продолжение § 3)

Ниже приведены основные текстовые «конструкции», встречающиеся при наборе.

О п р е д е л е н и е 4.1. В игре Γ происходит *уклонение от встречи*, если для любых допустимых управлений $u_i(t)$ найдется допустимое управление ...

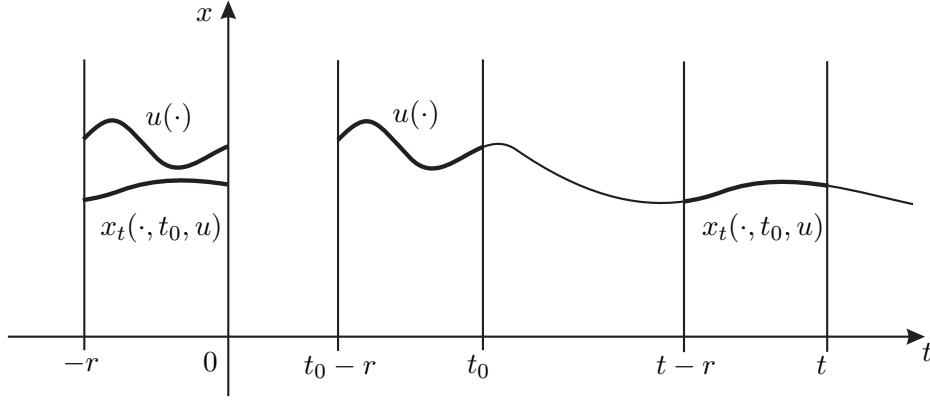


Рис. 2. Движение, порожденное решением системы (4.3)

Теорема 4.1 (см. [3, с. 213]). В игре Γ происходит уклонение в конусе (см. рис. 2)

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}_0\psi)(0, 0) &= \psi(1, 0) + \psi(-1, 0) + \psi(0, 1) + \psi(0, -1), \\ (\mathcal{H}_0\psi)(n, 0) &= \psi(n+1, 0) + \psi(n-1, 0), \quad n \neq 0, \\ (\mathcal{H}_0\psi)(0, m) &= \psi(0, m+1) + \psi(0, m-1), \quad m \neq 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Лемма 4.1. Для любых $c > 0$, $d, b_1, b_2, \dots, b_k \in \mathbb{R}$, $k \geq 1$ выполнено ...

$$\begin{aligned} f(\varphi) &= f(\lambda, \varphi) = (R_{01}(\lambda)\varphi)(1) + (R_{01}(\lambda)\varphi)(-1), \\ \varphi_1(n) &= \varphi(n, 0), \quad \varphi_2(m) = \varphi(0, m), \quad n, m \in \mathbb{Z}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Доказательство. Из уравнения (2.1) и теоремы 4.1 (смотрите определение 3.2)...
Лемма доказана. \square

Следствие 4.1. Фиксированное

Утверждение 4.1. Фиксированное

Гипотеза 4.1. Курсив ...

Предложение 4.1 (О скобках () см. § 1). Всякое решение уравнения (2.1) имеет бесконечное число нулей (то есть является колеблющимся) на числовой прямой \mathbb{R} .

Замечание 1. Обратите внимание на то, каким шрифтом напечатаны определения, замечания, примеры, условия и так далее (в отличие от теорем, лемм и так далее).

Пример 4.1. Прямой шрифт ...

Предположение 4.1. Прямой шрифт ...

Условие 4.1. Прямой шрифт ...

Свойство 4.1. Прямой шрифт ...

$$\dot{x}(t) = \int_{-r}^0 dA(t, s)x(t+s), \quad t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty). \quad (4.3)$$

§ 5. Правила оформления английского текста

§ 5.1. Транслитерация

При переводе на английский язык следует пользоваться правилами файла House Style Guide, размещенного на сайте МАИК «Наука/Интерпериодика». Используются следующие правила транслитерации (BSI)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|----|---|---|---|------|---|----|
| а | a | ж | zh | н | n | ф | f | ы | y |
| б | b | з | z | о | o | х | kh | ь | ' |
| в | v | и | i | п | p | ц | ts | э | e |
| г | g | й | i | р | r | ч | ch | ю | yu |
| д | d | к | k | с | s | ш | sh | я | ya |
| е | e | л | l | т | t | щ | shch | | |
| ё | e | м | m | у | u | ъ | " | | |

Существуют исключения в написании отдельных имен и географических названий. К примеру, Екатеринбург пишется как Yekaterinburg. Подробнее см. файл House Style Guide.

§ 5.2. Данные об авторе

Используется официальное (без сокращений) название организации (места работы автора) на английском языке. Список названий организаций с адресами (на английском языке) можно найти на сайте www.mathnet.ru. Ниже приведен список некоторых должностей, званий, степеней, подразделений с переводом на английский язык:

| | |
|-----------------------------|--|
| Russian | English Translation |
| Доктор физ.–мат. наук | Doctor of Physics and Mathematics |
| Кандидат технических наук | Candidate of Engineering |
| Академик | Academician |
| Профессор | Professor |
| Доцент | Associate Professor |
| Старший преподаватель | Senior Lecturer |
| Ассистент | Assistant Lecturer |
| Председатель | Chair (of ...) |
| Директор | Director (of ...) |
| Заместитель директора | Deputy Director |
| Член РАН | Member, Russian Academy of Sciences |
| Член-корреспондент РАН | Corresponding Member, Russian Academy of Sciences |
| Главный редактор | Editor-in-Chief |
| Заместитель Глав. Редактора | Deputy Editor-in-Chief |
| Ответственный Секретарь | Assistant Editor |
| Заведующий лаборатории | Head of (the) Laboratory (of ...) |
| Заведующий отделом | Head of (the) Department (of ...) |
| Младший научный сотрудник | Junior Researcher |
| Старший научный сотрудник | Senior Researcher |
| Ведущий научный сотрудник | Leading Researcher |
| Студент | Student |
| Аспирант | Post-graduate student |
| Декан | Dean |

Проректор
Ректор
Кафедра дифференциальных уравнений
Математический факультет

Vice rector
Rector
Department of Differential Equation
Faculty of Mathematics

§ 5.3. Требования к аннотациям на английском языке к русскоязычным статьям.

Необходимо иметь в виду, что аннотации (рефераты, авторские резюме) на английском языке в русскоязычном издании являются для иностранных ученых и специалистов основным и, как правило, единственным источником информации о содержании статьи и изложенных в ней результатах исследований. Зарубежные специалисты по аннотации оценивают публикацию, определяют свой интерес к работе российского ученого, могут использовать ее в своей публикации и сделать на неё ссылку, открыть дискуссию с автором, запросить полный текст и т. д. К примеру, в требованиях зарубежных издательств к статьям на английском языке указывается на объем аннотации в размере 100–250 слов. Перечислим обязательные качества аннотаций на английском языке к русскоязычным статьям. Аннотации должны быть:

- информативными (не содержать общих слов);
- содержательными (отражать основное содержание статьи и результаты исследований);
- структурированными (следовать логике описания результатов в статье);
- «англоязычными» (написаны качественным английским языком);
- компактными (укладываться в объем до 250 слов).

В аннотации (реферате) допускается использование математических формул. Однако следует иметь в виду, что этот реферат может быть представлен в различных базах данных в текстовом формате. Поэтому математические формулы в реферате должны быть написаны в «чистом» latex-e, без макросов и сокращений, так чтобы можно было «прочитать» tex-овский текст.

§ 5.4. Требования к оформлению списка литературы на английском языке.

При оформлении списка цитированной литературы на английском языке используются правила, принятые в переводных российских журналах:

Авторы (транслитерация), перевод названия статьи на английский язык, название источника (транслитерация) — курсивом, выходные данные.

Пример ссылки на статью:

Zaitsev V.A. Criteria for uniform complete controllability of a linear system, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2015, vol. 25, issue 2, pp. 157–179 (in Russian). <https://doi.org/10.20537/vm150202>

Stokes A. A Floquet theory for functional differential equations, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1962, vol. 48, no. 8, pp. 1330–1334. <https://doi.org/10.1073/pnas.48.8.1330>

В отличие от российского ГОСТа отдельные элементы библиографического описания (название статьи, название журнала, год, том, номер, страницы) отделяются не точкой, а запятой, при этом запятую ставить не надо между фамилией и инициалами (как это делается в некоторых журналах), и между инициалами и названием статьи; также не используются знаки — (тире) и // . Слова vol и no пишутся с маленькой буквы, после них ставится точка, слово issue пишется полностью. Между инициалами пробел не ставится. Название статьи на английском языке пишется прямым шрифтом. Используется официальное переводное название статьи (если оно существует), размещенное на сайте журнала или в библиографических базах данных (к примеру, www.springer.com,

www.journals.elsevier.com, www.sciencedirect.com, zbmath.org, mathnet.ru и т. п.). Название журнала пишется курсивом. В названии журнала слова пишутся с заглавной буквы (кроме служебных), в названии статьи — с маленькой (кроме первого). Название журнала пишется полностью, либо используется официально принятое сокращение (см., например, <http://www.ams.org/msnhtml/serials.pdf>). Кроме того, поскольку из такого описания публикации неясно, на каком языке опубликована статья (поскольку журнал русскоязычный, а название написано на английском языке), то в конце ссылки указывается язык публикации. В конце указывается DOI статьи в формате <https://doi.org/XXX> (где вместо XXX стоит номер DOI). В конце, после адреса номера DOI точка не ставится. Слово DOI писать не надо. Указание DOI у статьи, имеющей DOI, обязательно. Автору следует самостоятельно проверить наличие DOI у статьи и указать DOI. Если у статьи отсутствует DOI, следует указывать адрес статьи на сайте журнала или на агрегаторах (Mathnet, Elibrary, Zbmath, Elsevier, SpringerLink и др.).

Не используется транслитерация для аббревиатур названий организаций. Пример:

Ширяев А.Н. Вероятность–1. 4-е изд. М.: МЦНМО, 2011. 552 с.

Shiryayev A.N. *Veroyatnost'–1* (Probability–1), 4-th edition, Moscow: Moscow Center for Continuous Mathematical Education, 2011, 552 p.

При ссылке в русскоязычном списке литературы на статьи из российских журналов, имеющих переводную версию, в англоязычном списке литературы следует давать ссылку на переводную версию статьи. Если в русскоязычном списке литературы имеется следующая ссылка:

Родионов В.И. Присоединенный интеграл Римана–Стилтьеса // Известия вузов. Математика. 2007. № 2. С. 79–82. <http://mi.mathnet.ru/ivm1365>

то в англоязычном списке литературы следует привести ссылку на эту статью в переводном журнале:

Rodionov V.I. The adjoint Riemann–Stieltjes integral, *Russian Mathematics*, 2007, vol. 51, issue 2, pp. 75–79. <https://doi.org/10.3103/S1066369X07020107>

При этом указывать язык публикации не нужно.

Статьи из электронных журналов описываются аналогично печатным изданиям с дополнением данных об адресе доступа.

Danilov L.I. Weyl almost periodic selections of supports of measure-valued functions, *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2006, vol. 3, pp. 384–392 (in Russian). <http://semr.math.nsc.ru/v3/p384-392.pdf>

Пример ссылки на русскоязычную монографию:

Bylov B.F., Vinograd R.E., Grobman D.M., Nemytskii V.V. *Teoriya pokazatelei Lyapunova i ee prilozheniya k voprosam ustoychivosti* (Theory of Lyapunov exponents and its application to problems of stability), Moscow: Nauka, 1966, 576 p.

Здесь сначала идут фамилии авторов, затем курсивом название книги транслитом, затем в скобках перевод названия на английский язык прямым шрифтом, Город: Издательство, год, количество страниц.

Пример ссылки на англоязычную книгу:

Chentsov A.G. *Finitely additive measures and relaxations of extremal problems*, New York–London–Moscow: Plenum Publishing Corporation, 1996, 244 p.

При ссылке на книгу на русском языке, переведенную с английского, следует указать первоисточник. Если, к примеру, в списке литературы на русском языке имеется следующая ссылка:

Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Едиториал УРСС, 2004. 400 с.

то в англоязычном списке литературы следует привести ссылку на эту книгу в оригинале:

Kalman R., Falb P., Arbib M. *Topics in mathematical system theory*, New York: McGraw-Hill, 1969, 358 p. Translated under the title *Ocherki po matematicheskoi teorii sistem*, Moscow: Editorial URSS, 2004, 400 p.

Информацию о выходных данных оригинала (а также другую информацию, касающуюся переводов источников с русского языка на английский и наоборот) можно найти в Интернете.

Пример ссылки на диссертацию:

Filippova T.F. *Problems of viability for differential inclusions*, Dr. Sci. (Phys.–Math.) Dissertation, Yekaterinburg, 1992, 266 p. (In Russian).

Пример ссылки на автореферат диссертации:

Popova S.N. *Control over asymptotic invariants of linear systems*, Abstract of Dr. Sci. (Phys.–Math.) Dissertation, Yekaterinburg, 2004, 34 p. (In Russian).

Материалы и тезисы докладов конференции. Главное в описаниях конференций — название конференции на языке оригинала (в транслитерации, если нет ее английского названия), выделенное курсивом. В скобках дается перевод названия на английский язык. Выходные данные (место проведения конференции, место издания, год, страницы) должны быть представлены на английском языке.

Пример оформления тезисов международной конференции, имеющей официальное английское название:

Rodina L.I., Tonkov E.L. The almost invariant sets of controlled systems, *Differential Equation and Topology: Abstracts of Int. Conf. Dedicated to the Centennial Anniversary of Lev Semenovich Pontryagin*, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 2008, pp. 392–393 (in Russian).

Название тезисов пишется прямым шрифтом, название конференции пишется курсивом. Все слова (кроме первого) в названии тезисов пишутся с маленькой буквы. В официальном английском названии конференции слова пишутся с заглавной буквы (кроме служебных).

Пример оформления тезисов конференции, не имеющей официального английского названия:

Borisov A.V., Mamaev I.S., Bolsinov A.V. Topology and stability of dynamic systems, *Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika: tez. dokl. Vserossiiskoi konferentsii* (Regular and chaotic dynamics: abstracts of All-Russian conference), Udmurt State University, Izhevsk, 2010, p. 11 (in Russian).

Название тезисов переводится на английский язык (а не пишется транслитом). Слова в названии конференции транслитом пишутся с маленькой буквы (а точнее, повторяют по написанию русскоязычный текст), слова в переводе названия конференции на английский пишутся с маленькой буквы (кроме первого). Затем следует название организации (полностью, без аббревиатур и сокращений), город, год, страницы. В указаниях страниц пишется одна буква р, если страница одна (и две буквы рр, если страниц больше, чем одна). Материалы (труды) конференций оформляются аналогично, только вместо слова Abstracts пишется Proceedings (или сокращенно Proc.).

Ниже показано как нужно оформлять список литературы.

Ссылка на грант на русском языке размещается автоматически в конце текста статьи перед списком литературы на русском языке.

Ссылка на грант на английском языке размещается автоматически в англоязычном блоке статьи, расположенном в конце статьи с новой страницы после русскоязычного блока статьи, и находится перед списком литературы на английском языке.

Финансирование. Исследования первого автора выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках базовой части госзадания

в сфере науки, номер проекта 1.1234.2017/8.9. Исследования второго автора выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 18–01–01234.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959. 550 с.
2. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Едиториал УРСС, 2004. 400 с.
3. Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробман Д.М., Немыцкий В.В. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. М.: Наука, 1966. 576 с.
4. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. М.: Наука, 1970. 536 с.
5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1. М.: Наука, 1966. 608 с.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. 10-е изд. М.: Наука, 1990. 624 с.
7. Филишова Т.Ф. Задачи о выживаемости для дифференциальных включений: дис. ... д-ра физ.-матем. наук / ИММ УрО РАН. Екатеринбург, 1992. 266 с.
8. Попова С.Н. Управление асимптотическими инвариантами линейных систем: автореф. дис. ... д-ра физ.-матем. наук. Екатеринбург, 2004. 34 с.
9. Stokes A. A Floquet theory for functional differential equations // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 1962. Vol. 48. No. 8. P. 1330–1334. <https://doi.org/10.1073/pnas.48.8.1330>
10. Шиманов С.Н. К теории линейных дифференциальных уравнений с последействием // Дифференциальные уравнения. 1965. Т. 1. № 1. С. 102–116. <http://mi.mathnet.ru/de6716>
11. Чернов А.В. Об одном мажорантном признаке тотального сохранения глобальной разрешимости управляемого функционально-операторного уравнения // Известия вузов. Математика. 2011. № 3. С. 95–107. <http://mi.mathnet.ru/ivm7249>
12. Данилов Л.И. О почти периодических сечениях многозначных отображений // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2008. Вып. 2. С. 34–41. <https://doi.org/10.20537/vm080213>
13. Гомоюнов М.И., Плаксин А.Р. Конечномерные аппроксимации конфликтно-управляемых систем нейтрального типа // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. 2017. Т. 49. С. 111–122. <https://doi.org/10.20537/2226-3594-2017-49-05>
14. Дерр В.Я., Кинзебулатов Д.М. Об умножении обобщенных функций // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. 2006. Вып. 2 (36). С. 43–48. <http://mi.mathnet.ru/iimi111>
15. Данилов Л.И. О почти периодических по Вейлю сечениях многозначных отображений // УдГУ. Ижевск, 2004. 104 с. Деп. в ВИНТИ 09.06.2004, № 981-B2004.
16. Родина Л.И., Тонков Е.Л. Почти инвариантные множества управляемых систем // Дифференциальные уравнения и топология: тез. докл. Междунар. конф., посвященной 100-летию со дня рождения Л.С. Понтрягина. МГУ. М., 2008. С. 392–393.
17. Борисов А.В., Мамаев И.С., Болсинов А.В. Топология и устойчивость динамических систем // Регулярная и хаотическая динамика: тез. докл. Всероссийской конференции. УдГУ. Ижевск, 2010. С. 11.
18. Зайцев В.А. Достижимость и ляпуновская приводимость линейных управляемых систем // Оптимизация, управление, интеллект. Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2005. № 2 (10). С. 76–84.
19. Bell M.G. Compact ccc non-separable spaces of small weight // Topology Proceedings. 1980. Vol. 5. P. 11–25. <http://topo.math.auburn.edu/tp/reprints/v05/tp05002s.pdf>

20. Казаков А.Л. Применение обобщенного метода характеристических рядов при построении решения одной начально-краевой задачи для системы квазилинейных уравнений // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16. № 2. С. 91–108. <http://mi.mathnet.ru/timm551>
21. Панасенко Е.А., Тонков Е.Л. Распространение теорем Е.А. Барбашина и Н.Н. Красовского об устойчивости на управляемые динамические системы // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2009. Т. 15. № 3. С. 185–201. <http://mi.mathnet.ru/timm415>
22. Büttiker M., Imry Y., Landauer R., Pinhas S. Generalized many-channel conductance formula with application to small rings // Physical Review B. 1985. Vol. 31. Issue 10. P. 6207–6215. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.31.6207>
23. Miroshnichenko A.E., Kivshar Y.S. Engineering Fano resonances in discrete arrays // Physical Review E. 2005. Vol. 72. Issue 5. 056611. 7 p. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.056611>
24. Ptitsyna N., Shipman S.P. A lattice model for resonance in open periodic waveguides // arXiv: 1101.0170v1 [math-ph]. 2010. <https://arxiv.org/abs/1101.0170v1>
25. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977. 360 с.
26. Березин Ф.А., Шубин М.А. Уравнение Шрёдингера. М.: Изд-во Московского университета, 1983. 392 с.
27. Александров Д.В., Галенко П.К. Дендритный рост с вынужденной конвекцией: методы анализа и экспериментальные тесты // Успехи физических наук. 2014. Т. 184. Вып. 8. С. 833–850. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0184.201408b.0833>
28. Lutz C. Description logics with concrete domains — a survey // Advances in modal logic. Vol. 4 / Balbiani P., Suzuki N.-Y., Wolter F., Zakharyashev M. (Eds.). London: King's College Publications, 2003. P. 265–296.
29. Babiarez A., Banskchikova I., Czornik A., Makarov E., Niezabitowski M., Popova S. On assignability of Lyapunov spectrum of discrete linear time-varying system with control // 2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR). IEEE, 2016. P. 697–701. <https://doi.org/10.1109/MMAR.2016.7575221>

Поступила в редакцию 01.02.2020

Иванов Петр Сидорович, д. ф.-м. н., профессор, кафедра дифференциальных уравнений, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: psi@udsu.ru

Петров Юрий Владимирович, к. ф.-м. н., старший научный сотрудник, отдел динамических систем, Институт математики и механики УрО РАН, 620219, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16.
E-mail: petrov@list.ru

Цитирование: П. С. Иванов, Ю. В. Петров. О спектре релятивистского гамильтониана Ландау с периодическим электрическим потенциалом // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. 2020. Т. 55. С. 1–14.

Keywords: differential Schrödinger operator, eigenvalue, resonance, Lippmann–Schwinger equation, scattering, propagation and reflection probabilities.

MSC2010: 93C15, 49N30, 49N35

DOI: 10.35634/2226-3594-YYYY-VV-NN

We consider the discrete Schrödinger operator on a perturbed by the decreasing potential graph with vertices at the two intersecting lines. We investigate spectral properties of this operator and the scattering problem for the above operator in the case of a small potential and also in the case when both a potential and velocity of a quantum particle are small. Asymptotic formulas for the probabilities of the particle propagation in all possible directions are obtained. In addition, we investigate the spectral properties of the discrete Schrödinger operator for the infinite band with zero boundary conditions. The scattering pattern is described. Simple formulas for transmission and reflection coefficients near boundary points of the subbands (this corresponds to small velocities of quantum particles) for small potentials are obtained.

Funding. The study of the first author was funded by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation in the framework of the basic part, project no. 1.1234.2017/8.9. The study of the second author was funded by RFBR, project number 18–01–01234.

REFERENCES

1. Krasovskii N.N. *Nekotorye zadachi teorii ustoychivosti dvizheniya* (Some problems of the theory of stability of motion), Moscow: Fizmatgiz, 1959, 550 p.
2. Kalman R., Falb P., Arbib M. *Topics in mathematical system theory*, New York: McGraw-Hill, 1969, 358 p.
Translated under the title *Ocherki po matematicheskoi teorii sistem*, Moscow: Editorial URSS, 2004, 400 p.
3. Bylov B.F., Vinograd R.E., Grobman D.M., Nemytskii V.V. *Teoriya pokazatelei Lyapunova i ee prilozheniya k voprosam ustoychivosti* (Theory of Lyapunov exponents and its application to problem of stability), Moscow: Nauka, 1966, 576 p.
4. Daletsky Y., Krein M.G. *Stability of solutions of differential equations in Banach spaces*, Ann. Math. Soc. Transl., vol. 43, Providence, R.I.: American Mathematical Society, 1974, 386 p.
Original Russian text published in Daletskii Yu.L., Krein M.G. *Ustoychivost' reshenii differentsial'nykh uravnenii v banakhovom prostranstve*, Moscow: Nauka, 1970, 536 p.
5. Fikhtengol'ts G.M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya. Tom 1* (A course of differential and integral calculus. Vol. 1), Moscow: Nauka, 1966, 608 p.
6. Demidovich B.P. *Sbornik zadach i uprazhnenii po matematicheskomu analizu* (A collection of problems and exercises in mathematical analysis), Moscow: Nauka, 1990, 624 p.
7. Filippova T.F. *Problems of viability for differential inclusions*, Dr. Sci. (Phys.–Math.) Dissertation, Yekaterinburg, 1992, 266 p. (In Russian).
8. Popova S.N. *Control over asymptotic invariants of linear systems*, Abstract of Dr. Sci. (Phys.–Math.) Dissertation, Yekaterinburg, 2004, 34 p. (In Russian).
9. Stokes A. A Floquet theory for functional differential equations, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1962, vol. 48, no. 8, pp. 1330–1334. <https://doi.org/10.1073/pnas.48.8.1330>
10. Shimanov S.N. On a theory of linear differential equations with after-effect, *Differ. Uravn.*, 1965, vol. 1, no. 1, pp. 102–116 (in Russian). <http://mi.mathnet.ru/eng/de6716>
11. Chernov A.V. A majorant criterion for the total preservation of global solvability of controlled functional operator equation, *Russian Mathematics*, 2011, vol. 55, issue 3, pp. 85–95.
<https://doi.org/10.3103/S1066369X11030108>

12. Danilov L.I. On almost periodic selections of multivalued maps, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2008, issue 2, pp. 34–41 (in Russian). <https://doi.org/10.20537/vm080213>
13. Gomoyunov M.I., Plaksin A.R. Finite-dimensional approximations of neutral-type conflict-controlled systems, *Izvestiya Instituta Matematiki i Informatiki Udmurtskogo Gosudarstvennogo Universiteta*, 2017, vol. 49, pp. 111–122 (in Russian). <https://doi.org/10.20537/2226-3594-2017-49-05>
14. Derr V.Ya., Kinzebulatov D.M. On multiplication of generalized functions, *Izvestiya Instituta Matematiki i Informatiki Udmurtskogo Gosudarstvennogo Universiteta*, 2006, issue 2 (36), pp. 43–48 (in Russian). <http://mi.mathnet.ru/eng/iimi111>
15. Danilov L.I. *On Weyl almost periodic selections of multivalued maps*, Udmurt State University, Izhevsk, 2004, 104 p. Deposited in VINITI 09.06.2004, no. 981-B2004 (in Russian).
16. Rodina L.I., Tonkov E.L. The almost invariant sets of controlled systems, *Differential Equation and Topology: Abstracts of Int. Conf. Dedicated to the Centennial Anniversary of Lev Semenovich Pontryagin*, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 2008, pp. 392–393 (in Russian).
17. Borisov A.V., Mamaev I.S., Bolsinov A.V. Topology and stability of dynamic systems, *Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika: tez. dokl. Vserossiiskoi konferentsii* (Regular and chaotic dynamics: abstracts of All-Russian conference), Udmurt State University, Izhevsk, 2010, p. 11 (in Russian).
18. Zaitsev V.A. Attainability and Lyapunov reducibility of linear control systems, *Optimizatsiya, upravlenie, intellekt* (Optimization, control, intelligence), Irkutsk: Institute for System Dynamics and Control Theory, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 2005, no. 2 (10), pp. 76–84 (in Russian).
19. Bell M.G. Compact ccc non-separable spaces of small weight, *Topology Proceedings*, 1980, vol. 5, pp. 11–25. <http://topo.math.auburn.edu/tp/reprints/v05/tp05002s.pdf>
20. Kazakov A.L. Application of the generalized method of characteristic series to the construction of a solution of an initial-boundary value problem for a system of quasi-linear equations, *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki URO RAN*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 91–108 (in Russian). <http://mi.mathnet.ru/eng/timm551>
21. Panasenko E.A., Tonkov E.L. Extension of E.A. Barbashin's and N.N. Krasovskii's stability theorems to controlled dynamical systems, *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*, 2010, vol. 268, suppl. 1, pp. 204–221. <https://doi.org/10.1134/S0081543810050159>
22. Büttiker M., Imry Y., Landauer R., Pinhas S. Generalized many-channel conductance formula with application to small rings, *Physical Review B*, 1985, vol. 31, issue 10, pp. 6207–6215. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.31.6207>
23. Miroshnichenko A.E., Kivshar Y.S. Engineering Fano resonances in discrete arrays, *Physical Review E*, 2005, vol. 72, issue 5, 056611, 7 p. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.72.056611>
24. Ptitsyna N., Shipman S.P. A lattice model for resonance in open periodic waveguides, 2010, arXiv: 1101.0170v1 [math-ph]. <https://arxiv.org/abs/1101.0170v1>
25. Reed M., Simon B. *Metody sovremennoi matematicheskoi fiziki. I. Funktsionalnyi analiz* (Methods of modern mathematical physics, Vol. I: Functional analysis), Moscow: Mir, 1977, 360 p.
26. Berezin F.A., Schubert M.A. *Uravnenie Shredingera* (Schrödinger equation), Moscow: Moscow State University, 1983, 392 p.
27. Alexandrov D.V., Galenko P.K. Dendrite growth under forced convection: analysis methods and experimental tests, *Physics-Uspekhi*, vol. 57, issue 8, pp. 771–786. <https://doi.org/10.3367/UFNe.0184.201408b.0833>
28. Lutz C. Description logics with concrete domains — a survey, *Advances in modal logic. Vol. 4*, Eds.: Balbiani P., Suzuki N.-Y., Wolter F., Zakharyashev M. London: King's College Publications, 2003, pp. 265–296.
29. Babiarz A., Banshchikova I., Czornik A., Makarov E., Niezabitowski M., Popova S. On assignability of Lyapunov spectrum of discrete linear time-varying system with control, *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*,

Received 01.02.2020

Ivanov Petr Sidorovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Differential Equations, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.

E-mail: psi@udsu.ru

Petrov Yurii Vladimirovich, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Researcher, Department of Dynamical Systems, Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi, 16, Yekaterinburg, 620219, Russia.

E-mail: petrov@list.ru

Citation: P.S. Ivanov, Yu.V. Petrov. On the spectrum of a relativistic Landau Hamiltonian with a periodic electric potential, *Izvestiya Instituta Matematiki i Informatiki Udmurtskogo Gosudarstvennogo Universiteta*, 2020, vol. 55, pp. 1–14.